

aukštosios matematikos konspektas: Z. Žemaičio „Diferencialinis-integralinis skaičiavimas“

Juozas Banionis

Vytauto Didžiojo universitetas, Ekonomikos ir vadybos fakultetas

K. Donelaičio g. 58, LT-44248 Kaunas

E. paštas: juozas.banionis@vdu.lt

Santrauka. Zigmas Žemaitis (1884–1969) – Lietuvos matematikų patriarchu tituluojamas profesorius, klojęs pagrindus visam Vasario 16-osios Lietuvos Respublikos mokslui, paliko ženklų pėdsaką ir pirmųjų aukštosios matematikos vadovėlių lietuvių kalba leidyboje. Šiuo straipsniu siekiama aptarti kiek primiršto „Diferencialinio-integralinio skaičiavimo“ pasirodymo aplinkybes, vadovėlio (konspekto) turinį ir nusakyti leidinio reikšmę įtvirtinant šį dalyką aukštosiose studijose Lietuvoje.

Raktiniai žodžiai: aukštoji matematika, lietuviškas vadovėlis aukštajai mokyklai, diferencijavimas, integravimas, diferencialinė geometrija, matematikos taikymas.

Lietuvos nacionalinėje M. Mažvydo bibliotekos (LNB) nacionalinių publikuotų dokumentų archyvine fonde (Rankraščių skyriuje (RS), šifras E 414363) ilgus metus saugotas nežinomo autoriaus tiksliai neįvardintu pavadinimu dauginimo būdu (rota-printu) atspausdintas leidinys. Jam priskirtas sąlyginis pavadinimas – „Aukštosios matematikos konspektas“ ir nurodyta galima data – 1938 metai [1]. Artinantis Lietuvos respublikos atkūrimo šimtmečiui, autorius ryžosi nuodugniau pasidomėti minimu leidiniu ir bandyti praskleisti paslapties šydą. Tačiau visa intriga labai greitai pranyko, kai pavyko gauti leidimą patį spaudinį paimti į rankas. Šis aukštosios matematikos konspektas, trūkstant pačių pirmųjų puslapių, iškart įvedinėjo determinantų teoriją. Tolesnis jo turinys dėstė aukštosios matematikos pamatus – diferencialinį ir integralinį skaičiavimą. Visas dėstymo braižas bylojo akademiškumą ir kreipė mintį link Kaune prieš antrąją pasaulinį karą gyvavusio Vytauto Didžiojo universiteto. Žinant tai, kad Matematikos-gamtos fakultete minimo dalyko paskaitas ilgus metus yra skaitęs dekanas Zigmas Žemaitis (1884–1969), teko pervertinti visus prieškary Kaune pasirodžiusius, studentų tarpe buvusius labai populiarius šios disciplinos konspektus. O jų būta net keturi leidimai, ir yra išleisti atitinkamai 1928, 1932, 1935 ir 1939 metais. Pasirodė, kad LNB saugomas be antraštinio puslapio ir įvado įvardintas „Aukštosios matematikos konspektas“ yra ne kas kitas, o paskutinysis, t.y., 1939-ųjų metų „Diferencialinio – integralinio skaičiavimo“ leidimas, kurio autorius – jau minėtasis profesorius Z. Žemaitis.

Atmenant neeilinius profesoriaus nuopelnus organizuojant aukštąjį mokslą bei matematikos studijas Lietuvos valstybėje, yra prasminga sugrįžti prie minimo paskaitų konspekto (vadovėlio) aptarimo. Matematikos patriarchui Z. Žemaičiui lietuvių is-

toriografijoje yra pašvęstos dvi knygos [4, 7], parašyta dešimčių dešimtys straipsnių. Tačiau specifiskai tyrinėjančių profesoriaus matematinius tekstus straipsnių stinga. J. Kubilius [5], A. Ažubalis [2, 3] pastaruoju metu plačiau rašė apie Z. Žemaitį ir jo veiklą apsiribojo išleistų konspektų ar vadovėlių išvardijimu. Tik Rimas Norvaiša [6], gvildendamas bendresnę temą apie matematinės analizės idėjų raidą, kiek plačiau palietė ir Z. Žemaičio paskaitų konspektus. Šio straipsnio tikslas – aptarti „Diferencialinio-integralinio skaičiavimo“ pasirodymo aplinkybes, konspekto turinį ir nusakyti leidinio reikšmę įtvirtinant šį dalyką aukštosiose studijose Lietuvos Respublikoje.

Z. Žemaitis savo mokslinę pedagoginę veiklą, pradėtą dar Aukštuosiuose kursuose Kaune, toliau sėkmingai vystė jau susikūrusiame Lietuvos (nuo 1930 m. Vytauto Didžiojo) universitete. Nors profesoriaus mokslinių interesų ratas visų pirma apėmė matematikos didaktiką ir matematikos istoriją, tačiau jam teko dėstyti ir vieną pagrindinių aukštosios matematikos dalykų – diferencialinį ir integralinį skaičiavimą. Tai dalykas, klojantis matematikos, kaip modernaus mokslo, pamatus ir todėl buvo labai svarbu įdiegti šio mokslo pagrindus būsimiems matematikos specialistams.

Krupoščiai parengtos paskaitos ir sudarė labai pageidaujamą šio mokslo dalyko vadovėlių lietuvių kalba turinį. Net trys profesoriaus paskaitų konspektų laidos (1928, 1932, 1935 m.) su jam būdinga dėstymo aiškumo žyme buvo parengtos ir išleistos universiteto studentų matematikų fizikų draugijos rūpesčiu.

Pačiame pirmajame „Diferencialinio integralinio skaičiavimo“ įvade autorius nurodo šaltinius, kuriais rėmėsi rengdamasis šio dalyko paskaitoms. Jis rašo, kad „nesant pritaikyto diferencialinio integralinio skaičiavimo vadovėlio, tenka naudotis svetimomis kalbomis“ [8, p. 3]. Iš tų knygų, kuriomis remtasi, reikšmingiausi to laikmečio autoriai: L. Kiepert, G. Scheffers, O. Liubek, L. Bieberbach ir kt.

Bene pati tobuliausia buvusi paskutinė laida, kuri sulaukė ir pakartotino leidimo 1939 m. Pastarąjį išleido studentas matematikas Petras Povilaitis, kuris vadovavo si ankstesniu konspektu, parengtu drauge su J. Šinkūnu. Abu jie 1935 m. laidos pratarinėje yra minėję, kad buvo pasitelkę kolegos J. Linkevičiaus užrašus, darytus 1934/1935 mokslo metais per profesoriaus Z. Žemaičio skaitytas minimo dalyko paskaitas Kaune [10, p. 1]. Tuomet vadovėlis buvo išleistas litografijos būdu ir pradžioje jis sudarė dvi atskiras dalis, o 1939 m. kartojant leidimą visa medžiaga buvo sujungta į vieną knygą. Tačiau išliko aiški abiejų dalių riba, o ir turinio apimtis liko ta pati (297 mašinraščio puslapiai).

Pirmojoje dalyje (jos apimtis 167 p.) supažindinama su aukštosios algebros ir matematinės analizės įvado pradmenimis. Būtent: determinantais, kompleksiniais skaičiais, nykstamaisiais dydžiais, ribomis bei galiojančiais dėsniais. Paaškinus determinantų savybes, parodoma, kaip jų pagalba spręsti tiesines lygtis su keliais nežinomaisiais. Likusioji dalis skiriama žinių iš funkcijų teorijos praplėtimui bei diferencijavimo ir integravimo išdėstymui. Ten pat išaiškinama išvestinės, neapibrėžtinio integralo sąvokos, atskleidžiama jų geometrinė prasmė, parodomas racionalių, iracionalių ir transcendentinių funkcijų diferencijavimas bei integravimas ir įvedamas pagrindinis integruojamumo dėsnis.

Toks sumanus pradmenų išdėstymas užima maždaug pusę pirmosios dalies, o prie to dar prijungus bendrais bruožais aptartus dėsnius ir suformuojamas klasikinės aukštosios matematikos kurso pagrindas. Autorius, tiek aptardamas skaičius, tiek klasifikuodamas funkcijas, vartoja originalias to laikmečio sąvokas. Pavyzdžiui, skaičių

ansambliu vadina skaičių visumą nuo minus begalybės iki plus begalybės [11, p. 25], arba aptardamas funkciją, įvardijęs ją, kaip matematiniu reiškiniu, sudarytu iš pastovių tiekibių ir laisvai kintamo x -so [11, p. 28], išskiria dvi jų rūšis: t.y. goniometriškas ir ciklotetriškas funkcijas. Dabar tai atitiktų trigonometrines tiesiogines ir atvirkštines funkcijas.

Sekdamas paminėtų autorių vadovėlių tradicija, Z. Žemaitis tolydinių funkcijų (stetige function) [11, p. 52] savybes grindžia atskleidamas Vejerštraso, Koši bei Kantoro–Heinės teoremų esmę ir įveda funkcijos agregato sąvoką.

Pabrėžiant matematikos mokslo raidos istoriškumą, skyriuje apie funkcijas išdėstomos funkcijos, turinčios matematikos klasikų (Archimedo, Dekarto, Bernulio) vardus [11, p. 43].

Apskritai, visa išvestinės tema išdėstyta laikantis šio dalyko kurso dėstymo tradicijos, papildomai parodant ypatingų funkcijų (logaritminių, trigonometrinių – tiek ir tiesioginių, tiek ir atvirkštinių) išvestinių skaičiavimo eigą.

Analogiškai su autoriui būdingu nuoseklumu išdėstytas ir integralo temos turinys. Po pagrindinio integravimo dėsnių išaiškinimo ir integravimo metodų (kintamųjų keitimo, skaidymo dėmenimis, dalinio bei integravimo po integralo ženklą) atskleidimo pereinama prie atskirų funkcijų rūšių integravimo. Tuomet autorius, aptaręs algebrinių, iracionaliųjų, transcendentinių funkcijų integravimą, išskiria elipsinius integralus ir supažindina su kompleksinių skaičių integravimu [11, pp. 120–130]. Būtina pabrėžti, kad išsamiai nušviečiami praktiniai diferencialo apibrėžtinio integralo taikymai [11, p. 140]. Būtent: figūrų ploto, kreivių lankų skaičiavimas. Be to aiškinant sukimosi paviršių skaičiavimą, remiamasi Giuldeno dėsniu.

Antroji knygos dalis (jos apimtis nuo 168 iki 299 p.) įkūnija jau aukštesnįjį, t.y. antrąjį diferencijavimo ir integravimo teorijos koncentrą ir buvo skiriama gilesniam šio kurso įsisavinimui, kuris būsimajam matematikos specialistui tiesiog privalomas. Įgyvendindamas šį tikslą, Z. Žemaitis pateikia teoremas, įsitvirtinusias aukštosios matematikos moksle ir įvardijamas klasikinėmis. Jos žinomos Rolio, Lagranžo, Koši vardais. Išnagrinėjus pastarąsias teoremas ir aiškinus, kas yra „implicita function“ (neišreikštoji funkcija), palaipsniui pereinama prie aukštesnių eilių pilnųjų diferencialų ir parodomas jų skaičiavimas. Tuomet metodiškai pasiekiamos diferencialinės lygtys ir aiškinami jų sprendimo būdai. Pasinaudojus determinanto sąvoka čia įvedama ir jakobiano sąvoka. Tada jau diegiami eilučių teorijos pagrindai [11, p. 193]. Pastarųjų sprendimui kaip tik ir yra būtinas geras diferencijavimo ir integravimo išmanymas. Skyrius baigiamas ribų, kai gaunami neapibrėžtumai, skaičiavimu. Be to, profesorius supažindina su savotiškai tobulumą įkūnijusia Eulerio formule bei nurodo „partes proporcionales“ dėsnį, teigiantį, kad „didėjant skaičiui, didėja logaritmas“ ir tuo metu pasitarnavusį atliekant sudėtingus skaičiavimą [11, p. 222].

Dar antrojoje dalyje profesorius supažindino ir su funkcijų ekstremumų skaičiavimu [11, p. 245] bei apibrėžė dvilypius ir trilypius integralus [11, p. 250], parodydamas jų taikymą geometrijoje. Pati knygos pabaiga skiriama diferencialinei geometrijai [11, p. 263]. Jos turinyje atskleisti diferencialų taikymai šiame matematikos kurse. Tam išsamiai aptarta, kaip išvedamos plokštumos ir erdvės kreivių, paviršių parametrinės lygtys ir nurodomos jų charakteristikos. Nagrinėjamų kreivių tarpe išskiriamos logaritminė, hiperbolinė, Archimedo spiralės, Dekarto lapas, epicikloida, hipocikloida [11, p. 288].

Tenka pastebėti, kad šiame Z. Žemaičio konspekte pagrindinė matematinės analizės teorijos sąvoka – kintamasis dydis yra matematikos dinaminis objektas. Kaip

pastebi R. Norvaiša, Z. Žemaitis naudojo kintamojo dydžio, siejamo su taško atstumu nuo koordinatų pradžios, o ne paties skaičiaus ar tiesės taško sampratą [6].

Tokiu būdu, konspektas, įkūnydamas turtingą užsienio šalių diferencijavimo ir integravimo teorijos dėstymo patyrimą, ne tik užpildė buvusią lietuviškų aukštosios matematikos vadovėlių spragą, bet ir patraukliai išdėstė šį dalyką. Todėl vadovėlis neabejotinai tapo studijuojančių parankine knyga. Šiame konspekte dviem požymiais atsiskleidžia Z. Žemaičio požiūris į vieną pagrindinių aukštosios matematikos dalykų. Tas požiūris reiškėsi ir autoriaus giliu rūpesčiu suprantamai perteikti vieno pagrindinių matematikos studijų kurso žinias, ir įtikinimai parodyti, kaip jas taikyti. Remtasi paprasta bei aiškia tiesa – diferencialinio-integralinio skaičiavimo kurso sėkmingas įsisavinimas turėjo kloti ir klojo tvirtą pagrindą matematikos studijoms lietuvių kalba Vasario 16-osios Lietuvos Respublikoje.

Literatūra

- [1] *Aukštoji matematika*. Konspektas. LNB RS, E 414363.
- [2] A. Ažubalis. Aukštojo mokslo lietuvių kalba organizatorius, pirmasis Lietuvos matematikos pedagogas. *Mokslo Lietuva*, 2014 m. liepos 20 d.
- [3] A. Ažubalis. Matematikų patriarchas. *Respublika*, 2014 m. balandžio 13 d.
- [4] H. Jasiūnas. *Profesorius Zigmas Žemaitis. Bibliografijos rodyklė ir fotografijų rinkinys*. Vilnius, 2008, 196 pp.
- [5] J. Kubilius. Profesorius Zigmas Žemaitis. *Liet. matem. rink., spec. num.* **45**:13–22, 2005.
- [6] R. Norvaiša. *Matematinės analizės idėjų raidos atspindžiai tarpukario Lietuvoje*. Adresas internete: www.norvaisa.lt/LMD (peržiūra, 2017 m. liepos 1d.).
- [7] A. Piročkinas. *Zigmas Žemaitis. Straipsnių rinkinys*. Vilnius, 1979, 184 pp.
- [8] Z. Žemaitis. *Diferencialinio integralinio skaičiavimo pagrindai*. Kaunas, 1928, 297 pp.
- [9] Z. Žemaitis. *Diferencialinis integralinis skaičiavimas*. Kaunas, 1932, 98–105 pp.
- [10] Z. Žemaitis. *Diferencialinis integralinis skaičiavimas*. Kaunas, 1935, 297 pp.
- [11] Z. Žemaitis. *Diferencialinis integralinis skaičiavimas*. Kaunas, 1939, 297 pp.

SUMMARY

Known and unknown high mathematics conspectus of the end of the 4th decade of the 20th century: Z. Žemaitis's "Differential-integral calculation"

J. Banionis

Zigmas Žemaitis (1884–1969) is the professor who is called the patriarch of Lithuania's mathematicians, the one who led foundation of science of the Republic of Lithuania of the 16th of February. Z. Žemaitis's merit is significant in publishing the first textbooks of high mathematics in Lithuanian. The article is aimed at discussing the conditions under which quite forgotten Z. Žemaitis's textbook "Differential-Integral Calculation" came to existence and its content. The article also considers the importance of the textbook for increasing the role of teaching differential-integral calculations in higher educational institutions in Lithuania.

Keywords: mathematical employment.